Når en matematikunderviser ser på matematik

Claus Jessen, Ørestad Gymnasium

Artiklen "Når matematikere undersøger matematik" i *MONA*, 2014(4), giver anledning til at stille mange og fundamentale spørgsmål til undervisningsfaget matematik – spørgsmål der ikke umiddelbart har gode og enkle svar. I denne kommentar vil jeg fremhæve fem spørgsmål. Grundlæggende er problemstillingen: Hvordan skal man undervise i matematik så eleverne faktisk får det største læringsmæssige udbytte? Og for en matematiklærer er spørgsmålet af største relevans, så lad os undersøge sagen nærmere ud fra Mikkel Willum Johansen og Morten Misfeldts perspektiv.

Udgangspunktet for artiklen er en interviewundersøgelse af professionelle matematikeres praksis, dvs. deres måde at opsøge gode problemer på, løse dem og så formidle deres løsning. Artiklen demonstrerer generelle træk ved matematikeres problembearbejdningsmetoder og viser at arbejdsmetoderne ligger langt fra matematikkens aksiomatisk deduktive struktur. Desuden giver artiklen bud på hvordan matematikeres arbejdsmetoder kan give inspiration til nye undervisningsmetoder, fx i gymnasiet.

Undersøgelsesbaseret undervisning i matematik?

Undersøgelsesbaserede undervisningsmetoder (IBSE) har gået deres sejrsgang inden for naturfagsundervisningen. Grunden til IBSE's succes er metodens måde at aktivere eleverne på i læringsprocessen hvor eleverne optræder som små forskere af deres egne problemstillinger. Denne elevaktivering giver større ejerskab og interesse fra elevens side og virker dermed motiverende. Samtidig kan den undersøgelsesbaserede undervisningsmetode give de faglige emner mere relevans så spørgsmålet om hvorfor vi skal lære dette, ændres til hvad jeg skal vide for at løse mit problem. Desuden giver de undersøgelsesbaserede læreprocesser indblik i fagenes arbejdsmetoder. Det støtter en kompetencetænkning hvor de faglige mål er en kombination af faglig viden og handlekompetencer, samt en vurdering af validiteten af den opnåede indsigt. Parolemæssigt sagt er IBSE's program at erstatte passiv reproduktion af faglig viden med aktiv tilegnelse og udvikling af faglige kompetencer.

Kan dette bruges i andre fag? Det korte svar er et ja, for undersøgelsesbaserede metoder er ikke kun forbeholdt de traditionelt eksperimentelle fag. Professionelle matematikere går også induktivt og undersøgende til værks i deres forskningsproces, viser artiklen. Og selvfølgelig skal man i matematikfaget udnytte de motivationsmæssige og relevansmæssige fordele som undersøgelsesbaseret undervisning giver. Men de undersøgelsesbaserede metoder har tidligere været begrænset af at de ofte krævede lange og besværlige udregninger. Men i dag kan CAS-værktøjet lave dette regneteknisk krævende arbejde meget hurtigt. Derfor kan vi i dag i undervisningen undersøge rigtigt mange hypoteser inden for matematik meget hurtigt og nemt. For tiden foregår et udviklingsarbejde omkring eksperimentel tilgang til matematiklæring ved hjælp af CAS-værktøjer. Her kan man udvikle elevernes intuitive forståelse af de matematiske begreber gennem eksperimenter udført på CAS. Men spørgsmålet er om denne tilgang skal gå forud for den aksiomatisk deduktive tilgang, eller om den intuitive forståelse er nok i sig selv.

Spørgsmål 1: Hvordan tilrettelægger vi induktive forløb i matematik med anvendelse af CAS, og hvilken rolle skal den traditionelle deduktive fremstilling af matematikken indtage i en undersøgelsesbaseret matematikundervisning?

Matematikkens repræsentationsformer

I artiklen beskrives forskernes arbejde med forskellige repræsentationsformer. Det kan være metaforer eller små diagrammer der præsenterer de abstrakte begreber. De er med til at støtte og udvikle de mentale modeller af matematikken der undersøges. Det stiller spørgsmål ved hvad matematik egentlig er. Er den mentalt indlejrede strukturer i hjernen, og er matematik så blot en afspejling af vores måde at erkende vores omverden på, eller er den en selvstændig teoribygning der afdækkes af forskerne, men principielt er uafhængig af mennesker? Herved kommer den gamle diskussion om intuitionismen anført af Brouwer på banen igen. I forrige århundrede havde formalismen det program at formulere matematikken aksiomatisk og formelt, og dette kom ind i skolesystemet med New Math i slutningen af 1950'erne. Men den aksiomatisk deduktive fremstilling er måske ikke det mest hensigtsmæssige grundlag for matematiklæring selvom den er næsten enerådende i lærebøgerne. Kort sagt: Den aksiomatiske opbygning er ikke et middel til at opnå forståelse, men et middel til repræsentation af opnået forståelse. Derfor er næste spørgsmål:

Spørgsmål 2: Hvad betyder matematisk indsigt på gymnasieniveau, og hvordan opnås den?

Gymnasiets matematikundervisning

Undervisningen skal forberede eleverne til livet efter skolen. Det kan være almendannelse hvor matematisk indsigt er en del af den nødvendige viden for at kunne tage stilling i den politiske debat. Det kan også være nødvendige kompetencer der skal anvendes i videre uddannelsesforløb. Så hvad er det relevante indhold i gymnasiets matematikundervisning? Hvor skal man finde fagets essens? Artiklen ser på professionelle matematikforskeres arbejde med problemløsning, men bør man ikke også vende blikket andre steder hen. Burde man ikke også se på brugen af matematik – på professionel anvendelse af matematiske modeller?

Spørgsmål 3: Hvilket indhold er relevant i gymnasiets matematikundervisning på A-, B- og C-niveau i forhold til elevernes fremtidige behov – og skal alle lære det samme og nuværende meget omfangsrige kernepensum?

Dette fører direkte til det næste spørgsmål – nemlig om eksamen i matematik i gymnasiet fungerer efter hensigten. Eksamen er stærkt styrende for undervisningen, og ønsker man at styrke kompetenceudvikling og undersøgelsesbaserede aktiviteter, så skal man også sørge for at eksamen faktisk afspejler disse. Før CAS-æraen skulle den dygtige elev demonstrere indsigt i udvalgte dele af den aksiomatisk deduktivt opbyggede struktur ved at reproducere den ved eksamen. Samtidig skulle eleven demonstrere beherskelsen af en række standardprocedurer i opgaveløsning, fx integration ved substitution, til løsning af opgaver netop konstruerede så eleven kunne demonstrere denne færdighed. Eksamen afdækkede elevens evne til reproduktion af det lærte. Mange af disse reproduktive færdigheder er med CAS reduceret til særlige kuriositeter, ligesom fx kvadratrodsuddragning med håndkraft. Man kan selvfølgelig vælge at give eleverne det handicap at de ikke må bruge CAS ved eksamen, og så udsætte dem for en prøve uden hjælpemidler. Men det er stærkt tvivlsomt om dette sikrer eleverne fremtidssikrede matematiske kompetencer. Hvis elever skal demonstrere matematiske kompetencer, så må man organisere prøveformer hvor lærer og censor faktisk ser disse kompetencer i spil hos eleven, og det sker ikke i de nuværende prøveformer.

Spørgsmål 4: Hvordan tilrettelægger vi prøveformer hvor eleverne aktivt viser at de behersker nogle matematiske kernekompetencer i faget?

Matematiklæreruddannelsen

Endelig peger artiklen på et væsentligt spørgsmål ved matematiklæreruddannelsen. Når nu professionelle matematikere arbejder både induktivt og eksperimenterende, hvorfor er disse aktiviteter så ikke en del af uddannelsen så lærerne helt naturligt inddrager disse aktiviteter i deres egen undervisningspraksis? Samtidig viser artiklen at netop den induktive, eksperimenterende fase i den professionelle matematikers arbejde er den der skaber glæde og begejstring for faget. Med den nuværende matematikuddannelse uddanner man lærere med et fagsyn der favoriserer en aksiomatisk deduktiv tilgang til undervisningen og ikke en eksperimenterende.

Spørgsmål 5: Er den nuværende uddannelse af matematiklærere tidssvarende? Hvordan kan vi sikre at fremtidens matematiklærere er i stand til at arbejde undersøgelsesbaseret og eksperimenterende med matematikundervisning i gymnasiet?